

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

NGUYỄN THỊ PHƯƠNG

TÍNH LIÊN THÔNG ĐỈNH, LIÊN THÔNG
CẠNH VÀ CÁC TÍNH CHẤT VỀ BẬC CỦA
ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2018

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

NGUYỄN THỊ PHƯƠNG

TÍNH LIÊN THÔNG ĐỈNH, LIÊN THÔNG
CẠNH VÀ CÁC TÍNH CHẤT VỀ BẬC CỦA
ĐỒ THỊ VÔ HƯỚNG

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 8 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
GS.TS. TRẦN VŨ THIỆU

THÁI NGUYÊN, 5/2018

Mục lục

| | |
|--|----------|
| Danh mục các ký hiệu | 1 |
| Danh mục các hình vẽ | 3 |
| Mở đầu | 5 |
| 1 KIẾN THỨC CHUẨN BỊ | 8 |
| 1.1. KHÁI NIỆM ĐỒ THỊ | 8 |
| 1.1.1. Định nghĩa và các ký hiệu | 8 |
| 1.1.2. Phép toán trên đồ thị | 11 |
| 1.1.3. Đồ thị đẳng cấu | 12 |
| 1.1.4. Bậc của đỉnh trong đồ thị | 13 |
| 1.2. ĐƯỜNG ĐI VÀ CHU TRÌNH | 14 |
| 1.3. TÍNH LIÊN THÔNG CỦA ĐỒ THỊ | 17 |
| 1.4. MỘT SỐ DẠNG ĐỒ THỊ ĐẶC BIỆT | 20 |
| 1.4.1. Đồ thị rỗng và đồ thị không | 20 |
| 1.4.2. Rừng và cây | 20 |
| 1.4.3. Đồ thị đầy đủ | 21 |
| 1.4.4. Đồ thị vòng, đồ thị đường và đồ thị bánh xe | 21 |
| 1.4.5. Đồ thị đều (đồ thị chính qui) | 22 |
| 1.4.6. Đồ thị hai phần | 23 |
| 1.4.7. Phần bù của đơn đồ thị | 23 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2 | LIÊN THÔNG ĐỈNH VÀ LIÊN THÔNG CẠNH CỦA ĐỒ THỊ | 25 |
| 2.1. | LIÊN THÔNG CẤP k GIỮA HAI ĐỈNH | 25 |
| 2.2. | ĐỒ THỊ k - LIÊN THÔNG | 30 |
| 2.3. | ĐỈNH KHỚP | 32 |
| 2.4. | LIÊN THÔNG CẠNH CẤP ℓ GIỮA HAI ĐỈNH | 34 |
| 3 | CÁC TÍNH CHẤT VỀ BẬC CỦA ĐỒ THỊ | 39 |
| 3.1. | DI CHUYỂN TRÊN ĐỒ THỊ | 39 |
| 3.2. | ĐỒ THỊ ĐỒNG BẬC | 40 |
| 3.3. | BÁN NHÂN TỬ | 42 |
| 3.4. | TẬP HỢP TƯƠNG THÍCH LỚN NHẤT | 43 |
| | Kết luận | 49 |
| | Tài liệu tham khảo | 50 |

DANH MỤC CÁC KÝ HIỆU

| | |
|----------------------------|--|
| \mathbb{N} | Tập các số tự nhiên $\{1, 2, 3, \dots\}$ |
| $\mathbb{Z}(\mathbb{Z}_+)$ | Tập các số nguyên (Tập các số nguyên không âm) |
| $\mathbb{Q}(\mathbb{Q}_+)$ | Tập các số hữu tỉ (Tập các số hữu tỉ không âm) |
| $\mathbb{R}(\mathbb{R}_+)$ | Tập các số thực (Tập các số thực không âm) |
| $X \subset Y$ | X là tập con thực sự của tập Y |
| $X \subseteq Y$ | X là tập con (có thể bằng) của tập Y |
| $X \cup Y$ | Hợp của hai tập hợp X và Y |
| $X \cap Y$ | Giao của hai tập hợp X và Y |
| $X \setminus Y$ | Hiệu của tập hợp X và tập hợp Y |
| $X \Delta Y$ | Hiệu đối xứng của hai tập hợp X và Y |
| G | Đồ thị (vô hướng hoặc có hướng) |
| \overline{G} | Đồ thị bù của đồ thị G |
| \emptyset | Đồ thị rỗng |
| $V(G), E(G)$ | Tập đỉnh và tập cạnh của đồ thị G |
| $u = (i, j)$ | Cạnh (hay cung) đi từ đỉnh i tới đỉnh j |
| $G[X]$ | Đồ thị con của G cảm sinh bởi $X \subseteq V(G)$ |
| $G - v$ | Đồ thị con của G cảm sinh bởi $V(G) \setminus \{v\}$ |
| $G - e$ | Đồ thị nhận được từ G do bỏ cạnh e khỏi G |
| $G e$ | Đồ thị nhận được từ G bằng cách co cạnh e thành một đỉnh |
| $G + e$ | Đồ thị nhận được từ G do thêm cạnh e vào G |

| | |
|--------------|--|
| $G + H$ | Tổng của hai đồ thị G và H |
| $N(v)$ | Tập các đỉnh kề với đỉnh v của đồ thị |
| $N(U)$ | Tập các đỉnh trong $V \setminus U$ kề với các đỉnh thuộc $U \subset V$ |
| $E(X, Y)$ | Tập tất cả các cạnh xy của đồ thị sao cho $x \in X, y \in Y$ |
| $d(v)$ | Bậc của đỉnh v |
| $d(G)$ | Bậc trung bình của đồ thị G |
| $\delta(G)$ | Bậc nhỏ nhất của đỉnh trong đồ thị G |
| $\Delta(G)$ | Bậc lớn nhất của đỉnh trong đồ thị G |
| K_n | Đồ thị đầy đủ n đỉnh |
| $K_{m,n}$ | Đồ thị hai phần đầy đủ, mỗi phần có m và n đỉnh |
| $P_{[x,y]}$ | Một đoạn của đường đi P từ x tới y |
| $dist(u, v)$ | Độ dài đường đi ngắn nhất từ u tới v |
| μ | Dãy chuyển hay chu trình trên đồ thị |

DANH MỤC CÁC HÌNH VẼ

Hình 1.1. Sơ đồ khu phố

Hình 1.2. Sơ đồ mạch điện

Hình 1.3. Đồ thị: đỉnh, cạnh

Hình 1.4. Đồ thị với 7 đỉnh và 5 cạnh

Hình 1.5. Cạnh kép và đa đồ thị

Hình 1.6. Khuyên trong đa đồ thị

Hình 1.7. Đồ thị có hướng

Hình 1.8. Đa đồ thị không liên thông

Hình 1.9. Đồ thị G , cạnh e và các đồ thị $G - e$ và $G \setminus e$ tương ứng

Hình 1.10. Các đồ thị đẳng cấu với đồ thị ở Hình 1.3

Hình 1.11. Dây cung xy , vòng nhỏ = 4, vòng lớn = 8

Hình 1.12. Đường đi dài nhất $[a_0, a_1, \dots, a_k]$ và các đỉnh kề a_k

Hình 1.13. Các đỉnh khớp và cầu e_1, e_2, e_3 của đồ thị

Hình 1.14. Đồ thị G_1, G_2 và hợp $G_1 \cup G_2$

Hình 1.15. Đồ thị không liên thông

Hình 1.16. Ví dụ về rừng và cây

Hình 1.17. Đồ thị đầy đủ K_4 và K_5

Hình 1.18. Đồ thị vòng C_6 , đồ thị đường P_6 và đồ thị bánh xe W_6

Hình 1.19. Đồ thị Petersen (chính qui bậc 3)

Hình 1.20. Đồ thị hai phần

Hình 1.21. Đồ thị hai phần đầy đủ: $K_{1,3}, K_{2,3}, K_{3,3}, K_{4,3}$

Hình 1.22. Phần bù của đơn đồ thị G

Hình 2.1. Đường đậm, đường yếu

Hình 2.2. Không có đường yếu từ a tới b

Hình 2.3. Đặt trạm kiểm soát thuyền bè đi từ vùng núi ra biển

Hình 2.4. Tìm đường đi bắt đầu bằng u và tận cùng bằng v

Hình 2.5. Tìm chu trình sơ cấp qua u và v

Hình 2.6. Số liên thông đỉnh $\kappa(G)$ và số liên thông cạnh $\ell(G)$

Hình 2.7. Bản đồ giao thông

Hình 2.8. Đồ thị tương ứng

Hình 3.1. Đường đi xen kẽ và chu trình xen kẽ

Hình 3.2. Bán nhân tử và chu trình Haminton

Hình 3.3. Ví dụ 3.2.

Mở đầu

Các sơ đồ giao thông, sơ đồ mạng lưới thông tin hay sơ đồ tổ chức của một cơ quan, trường học đã khá quen thuộc với nhiều người. Đó là những hình ảnh sinh động và cụ thể của một khái niệm toán học trừu tượng - khái niệm *đồ thị* (graph). Tuy nhiên, phải nhấn mạnh ngay là khái niệm đồ thị ở đây rất khác và không có liên quan gì tới khái niệm đồ thị của hàm số đã biết từ bậc phổ thông.

Có thể hiểu đơn giản "*đồ thị*" là một cấu trúc toán học rời rạc, bao gồm hai yếu tố chính là *đỉnh* và *cạnh* cùng với mối quan hệ giữa chúng. Đồ thị là mô hình toán học cho nhiều vấn đề lý thuyết và thực tiễn đa dạng.

Lý thuyết đồ thị đề cập tới nhiều vấn đề và bài toán có ý nghĩa thực tiễn thiết thực, cùng nhiều phương pháp xử lý và thuật toán giải độc đáo và hiệu quả, giúp ích cho sự phát triển tư duy toán học nói chung và khả năng vận dụng trong cuộc sống thường ngày nói riêng.

Trong số đó đáng chú ý là các bài toán về giao thông, liên lạc. Ta xét một bài toán cụ thể như sau: Trong một mạng giao thông, hai địa điểm a và b trong mạng là liên thông khi nào có ít nhất một đường đi nối liền hai địa điểm ấy. Đương nhiên, số đường đi nối a với b càng nhiều thì mức độ liên thông càng cao. Chẳng hạn giữa hai thành phố càng có nhiều đường giao thông với nhau thì sự liên lạc càng thuận tiện. Nhận xét đơn giản này đưa đến một vấn đề quan trọng về lý luận cũng như thực tiễn: "đánh giá tính liên thông của một đồ thị".

Để nâng cao khả năng tư duy toán học và tìm hiểu thêm các vấn đề toán học hiện đại, gần với ứng dụng, tôi chọn đề tài

"Tính liên thông đỉnh, liên thông cạnh và các tính chất về bậc của đồ thị vô hướng"

Luận văn này có mục đích tìm hiểu và trình bày các kiến thức cơ bản về đồ thị và các kết quả lý thuyết, các định lý liên quan đến tính liên thông, các tính chất về bậc của đồ thị vô hướng và một số ví dụ ứng dụng cụ thể.

Nội dung luận văn được tham khảo chủ yếu từ các tài liệu [1] - [6] và được trình bày trong ba chương. Cụ thể như sau.

Chương 1 "Kiến thức chuẩn bị" nhắc lại một số khái niệm cơ bản về đồ thị: đỉnh và cạnh, đồ thị vô hướng, đồ thị có hướng, đồ thị đẳng cấu, đồ thị con, bậc của đỉnh và tính chất, đường đi và chu trình, đồ thị liên thông và không liên thông, các thành phần liên thông. Một số đồ thị đặc biệt: rừng và cây, đồ thị đầy đủ, đồ thị hai phần, đồ thị hai phần đầy đủ, đồ thị đều, đồ thị bù, ...

Chương 2 "Liên thông đỉnh và liên thông cạnh của đồ thị" trình bày các khái niệm về tính liên thông đỉnh, tính liên thông cạnh của một đồ thị và các định lý về điều kiện để đồ thị là k -liên thông đỉnh hay l -liên thông cạnh. Nêu một số ví dụ ứng dụng.

Chương 3 "Các tính chất về bậc của đồ thị" trình bày một số kết quả về bậc của đồ thị và các phép biến đổi bảo toàn bậc của mọi đỉnh, đồ thị đồng bậc và tính chất, bán nhân tử (đồ thị con với mọi đỉnh có bậc hai) và chu trình Hamilton của đồ thị. Các kết quả này tạo cơ sở xây dựng thuật toán tìm tập hợp tương thích lớn nhất, ví dụ và ứng dụng.

Do thời gian có hạn nên luận văn này chủ yếu chỉ dừng lại ở việc tìm hiểu, tập hợp tài liệu, sắp xếp và trình bày các kết quả nghiên cứu đã có theo chủ đề đặt ra. Trong quá trình viết luận văn cũng như trong soạn thảo, văn bản chắc chắn không tránh khỏi có những sai sót nhất định. Tác giả luận văn rất mong nhận được sự góp ý của các thầy cô và các bạn đồng nghiệp để luận văn được hoàn thiện hơn.

Nhân dịp này, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thầy hướng